



ce
pre
UNI

Aritmética

MAGNITUDES PROPORCIONALES

**CICLO
PRE
2024 - 1**



¿QUÉ OBSERVAMOS?

PUENTE



LONGITUD

EDIFICIOS



OBRAS

YATE



VELOCIDAD

RELOJ



TIEMPO

AGUA



MASA



VOLUMEN



DENSIDAD

¿CONTINUAMOS?

¿Estamos rodeados de
magnitudes
por todos los lados?



¿Qué es Magnitud?

Magnitud es toda aquella propiedad o característica de los cuerpos que se pueden medir o cuantificar.

Magnitud	Masa	Fuerza	Obra	N° Obreros	Temperatura
Cantidad	60 kg	70 N	30 m^2	40	49 °C

Dos magnitudes que guardan relación de proporcionalidad pueden ser:

**Directamente
Proporcionales (DP)**

**Inversamente
Proporcionales (IP)**

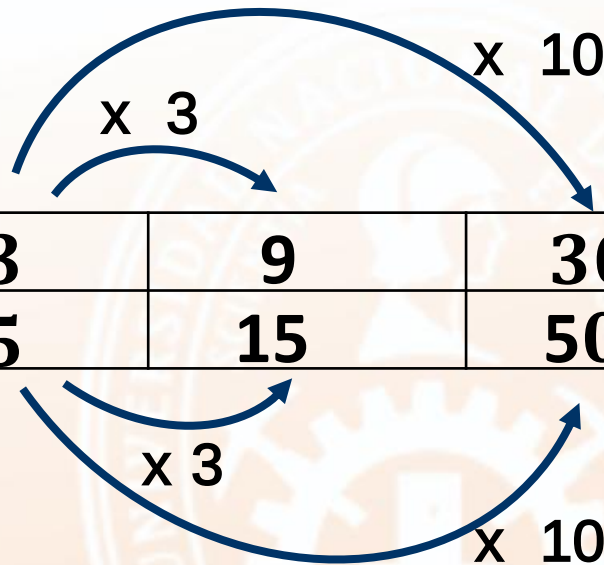
Magnitudes Directamente Proporcionales (DP)

Se dice que dos magnitudes A y B son **Directamente Proporcionales** y se denota A **DP** B , cuando la razón geométrica entre sus valores correspondientes son iguales (constante).

Ejemplo:

Se desea pintar una casa

A	N° de Obreros	3	9	30
B	Obra (m^2)	5	15	50



$$\therefore \frac{3}{5} = \frac{9}{15} = \frac{30}{50} = 0,6 = k$$

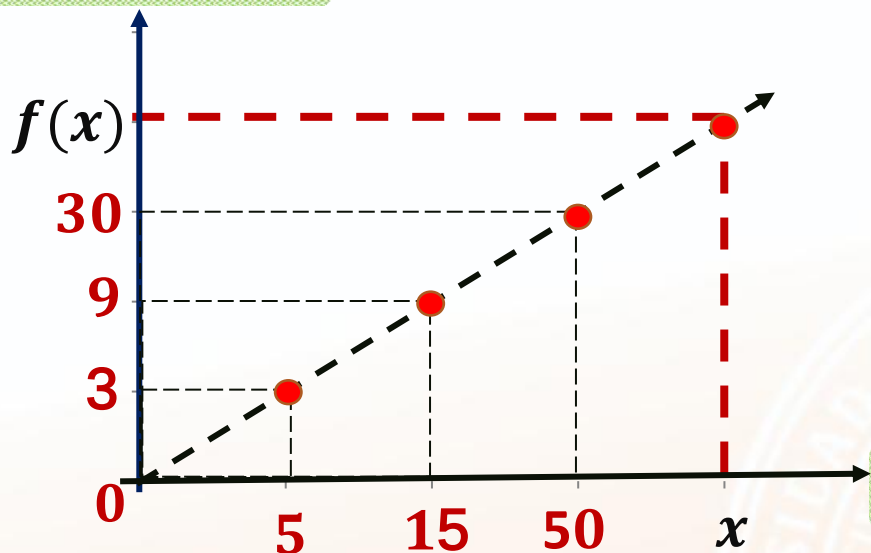
Se concluye que :

$$A \text{ DP } B \leftrightarrow \frac{A}{B} = k$$

k : constante de proporcionalidad

Graficando:

N° Obreros



La gráfica es un conjunto de puntos que pertenecen a una recta que pasa por el origen de coordenadas.

(N° de obreros) DP (Obra realizada)

Obra

Lo que puede expresarse, como:

$$\frac{f(x)}{x} = k \quad k : \text{constante}, \quad x \neq 0$$

Se llama relación de proporcionalidad directa

APLICACIÓN 1

Se realiza un experimento en un Laboratorio de Física y se observa que la velocidad del sonido en el aire es proporcional a la raíz cuadrada de la temperatura absoluta. Si la velocidad del sonido a 16°C es 340 m/s , ¿cuál será la velocidad a 51°C ?

- A) 300m/s B) 310m/s C) 320 m/s D) 350 m/s **E) 360 m/s**

Resolución

Sean

V: Velocidad (m/s)

T: Temperatura absoluta(K)

Donde: $K = 273 + C$

Por dato: $v \propto \sqrt{T}$



$$\frac{V}{\sqrt{T}} = cte$$

V	340	x
T	$273+16=289$	$273+51=324$

Luego $\frac{340}{\sqrt{289}} = \frac{x}{\sqrt{324}}$ $x=360$

$\therefore$ La velocidad será 360 m/s

Rpta. E

Magnitudes Inversamente Proporcionales (IP)

Se dice que una magnitud A es **inversamente proporcional** a otra B , y se representa $A \text{ IP } B$, cuando la razón geométrica, entre los valores de A y los inversos multiplicativos de los valores correspondientes a B permanece constante.

Ejemplo:

A	Número de obreros	2	3	6	18
B	Número de días	9	6	3	1

Diagram illustrating the inverse relationship between the number of workers (A) and the number of days (B):

- From 2 to 3: $\times 1.5$ (labeled $\times 9$ in the diagram)
- From 3 to 6: $\times 2$ (labeled $\times 6$ in the diagram)
- From 6 to 18: $\times 3$
- From 9 to 6: $\div 1.5$ (labeled $\div 9$ in the diagram)
- From 6 to 3: $\div 2$ (labeled $\div 6$ in the diagram)
- From 3 to 1: $\div 3$

Se observa que:

$$\frac{2}{\left(\frac{1}{9}\right)} = \frac{3}{\left(\frac{1}{6}\right)} = \frac{6}{\left(\frac{1}{3}\right)} = \frac{18}{\left(\frac{1}{1}\right)}$$

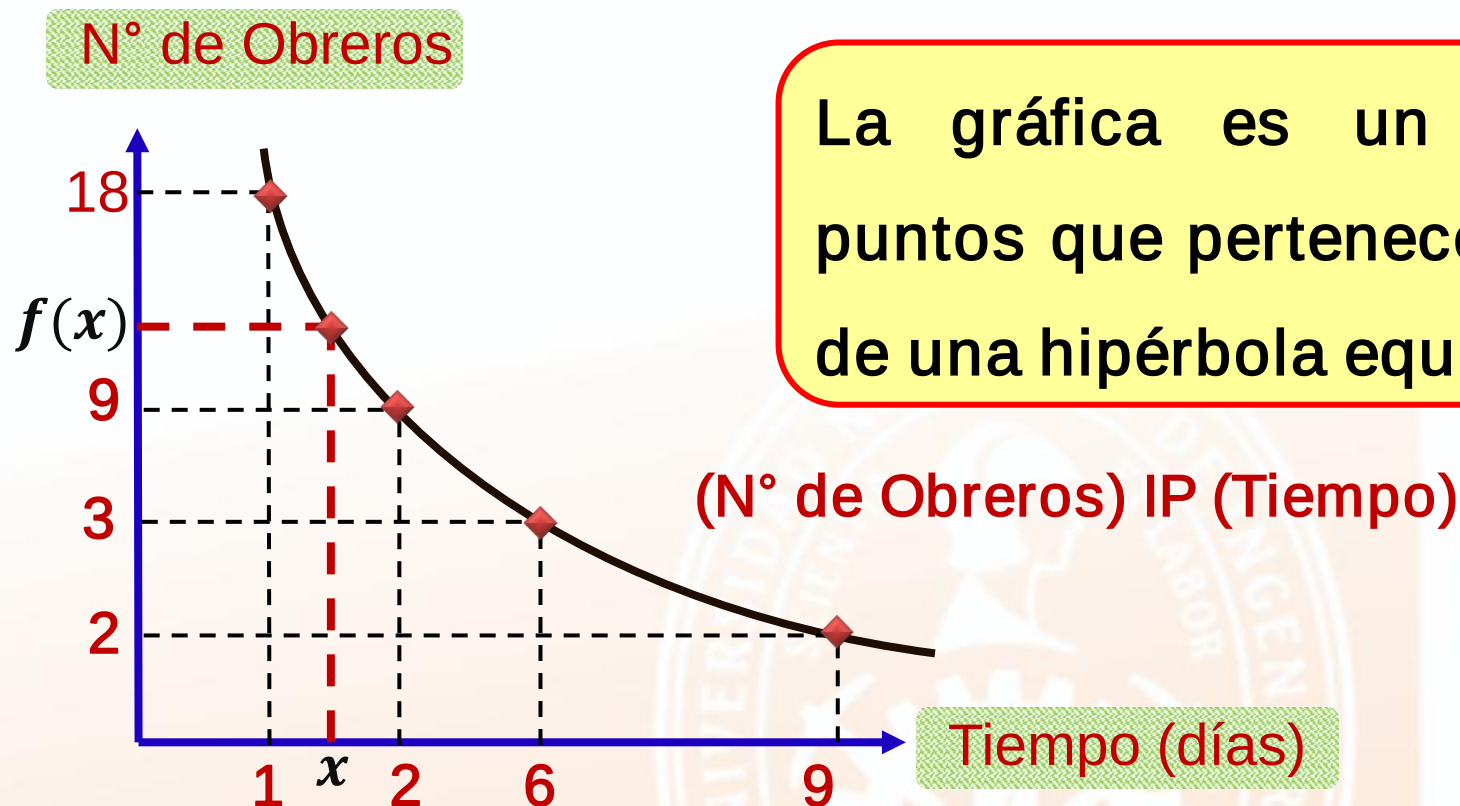
$$2 \times 9 = 3 \times 6 = 6 \times 3 = 18 \times 1 = 18 = k$$

Se concluye que:

$$A \text{ IP } B \Leftrightarrow A \text{ DP } \frac{1}{B} \Leftrightarrow \frac{A}{\frac{1}{B}} = A \times B = k: cte$$

$$A \text{ IP } B \Leftrightarrow A \times B = k$$

Graficando:



Lo que puede expresarse, como:

$$x \cdot f(x) = k \quad x \neq 0 \quad ; \quad k: \text{constante}$$

Se llama relación de proporcionalidad inversa

APLICACIÓN 2

Según la Ley de Boyle, la presión es inversamente proporcional al volumen que contiene determinada cantidad de gas. ¿A qué presión está sometido un gas si al aumentar ésta presión en 3 atmósferas, el volumen varía en 30%?

.A) 11

B) 10

C) 9

D) 8

E) 7

Resolución

P: Presión

V: volumen

Según Boyle:

inicial final

$$P_1 \times V_1 = P_2 \times V_2$$

$$P_1 \times (100\%V_1) = (P_1 + 3) \times (70\%V_1)$$

$$P_1 = 7$$

→ **Está sometido a 7 atmósferas**

Rpta. E

APLICACIÓN 3

En el norte, se sabe que la producción de arroz en kg en cierto instante será DP al número de minutos que ha transcurrido desde que ha iniciado la cosecha, solo si se llega hasta los 20 minutos de cosecha, porque luego la producción de arroz en kg será IP al cuadrado del número de minutos que ha transcurrido desde el inicio de la cosecha, siempre y cuando se tenga al menos 20 minutos de cosecha. Si se sabe que al transcurrir 4 minutos de cosecha de producción en ese instante es de 100 kg ¿cuál será la producción en Kg al transcurrir 80 minutos de cosecha?

A) 31,25
D) 50

B) 32,50
E) 60

C) 40

Tenemos:

$$P \propto T \quad \frac{P}{Min} = k_1 \quad \frac{100}{4} = \frac{a}{20} \quad a = 500$$

P(kg)	100	a	b
T(min)	4	20	80

Entonces

$$P \propto T^2$$

$$P \cdot (min)^2 = k_2$$

$$(500) \cdot (20)^2 = (b) \cdot (80)^2$$

$$b = 31,25 \text{ Kg}$$

PROPIEDADES

$$1. \text{ Si: } A \text{ IP } B \iff A \text{ DP } \frac{1}{B}$$

$$2. \text{ Si: } A \text{ DP } B \iff A^n \text{ DP } B^n, \quad n \in \mathbb{Q} - \{0\}$$

3. Para más de dos magnitudes que intervienen en un mismo estudio de cierto fenómeno se elige un patrón la cual se compara con cada una de las otras magnitudes manteniendo las demás constantes, por ejemplo sean las magnitudes A , B y C donde se descubre que:

$$A \text{ DP } B \quad (\text{Cuando } C \text{ es constante})$$

$$A \text{ DP } C \quad (\text{Cuando } B \text{ es constante})$$

$$\therefore A \text{ DP } (B \cdot C) \dots (\text{Cuando todos varían})$$



$$\frac{A}{B \cdot C} = k$$

k : constante

También puede expresarse el patrón (A) en función de las otras magnitudes $B, C, \dots, R$ que intervienen en el mismo aspecto de cierto fenómeno donde existen constantes racionales $\beta, \gamma, \dots, \delta$ además de k real, tal que:

$$A = k \cdot B^{\beta} \cdot C^{\gamma} \cdot \dots \cdot R^{\delta}$$

PROPIEDAD TRANSITIVA

4. Si A DP B (en un determinado fenómeno natural) y por otro lado, en forma independiente B DP C , entonces A DP C .

$$(A \text{ DP } B) \wedge (B \text{ DP } C) \rightarrow A \text{ DP } C$$

APLICACIÓN 4

Indicar la veracidad de las siguientes proposiciones respecto a las magnitudes A , B y C

- (I) En cierto fenómeno $A \propto \sqrt{B}$ y en otro fenómeno $B \propto C^{-1}$, luego $A^2 \propto C$
- (II) En un mismo fenómeno $A \propto \sqrt{B}$ (C constante) y $B \propto C^{-1}$ (A constante), luego $B \propto (A^2 \cdot C)$ (cuando todas varían).
- (III) En un mismo fenómeno $C \propto B$ (A constante) y $A \propto C$ (B constante), luego $B \propto A$ (C constante).

Resolución

- (I) De $A \propto \sqrt{B}$ obtenemos $A^2 \propto B$ y como $B \propto C^{-1}$ entonces $A^2 \propto C$ (V)
- (II) De $A \propto \sqrt{B}$ obtenemos $B \propto A^2$ (C constante) y como $B \propto C^{-1}$ (A constante), luego $B \propto (A^2 \cdot C)$ (cuando todas varían). (V)
- (III) Si $C \propto B$ (A constante) y $C \propto A^{-1}$ (B constante), entonces $B \propto A$ (C constante). (V)

APLICACIÓN 5

Las magnitudes A , B y C guardan cierta relación de proporcionalidad según la siguiente tabla. Determine el valor de $x \cdot y$

A	6	12	24	36	48
B	16	4	16	x	4
C	y	3	12	9	12

A) 12

B) 24

C) 32

D) 36

E) 48

Resolución

Comparando las magnitudes de 2 en 2, donde los valores de la tercera es constante.

 $C = 12$ (cte)

A	24	48
B	16	4

 $\sqrt{B}$ 4 2

Se cumple:

 $A \propto \sqrt{B}$, (C : cte)

 $B = 4$ (cte)

A	12	48
C	3	12

Se cumple:

 $A \propto C$, (B : cte)

Se deduce que:

$$\frac{A \cdot \sqrt{B}}{C} = cte$$

Reemplazando los datos de la 2da columna

$$\frac{12 \cdot \sqrt{4}}{3} = \frac{6 \cdot \sqrt{16}}{y} = \frac{36 \cdot \sqrt{x}}{9}$$

$$\rightarrow x = 4 \quad y = 3$$

$$\rightarrow x \cdot y = 12$$

Rpta. A

REGLA DE TRES

Es un método empleado para resolver problemas de **magnitudes proporcionales**; donde intervienen dos a más magnitudes.

CLASES DE REGLA DE TRES

Regla de tres

Simple

Intervienen solo dos magnitudes

Compuesta

Directa

Cuando las magnitudes son DP

Inversa

Cuando las magnitudes son IP

Intervienen más de dos magnitudes

REGLA DE TRES SIMPLE

Es un método práctico de resolver un grupo de problemas sobre magnitudes proporcionales entre sí.

Regla de tres simple directa | Regla de tres simple inversa

DP

Magnitudes
dinero objetos

Datos y/o incógnitas

a_1	b_1
a_2	x

$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{x}$

Se cumple

$x = \frac{a_2 \times b_1}{a_1}$

IP

Magnitudes
obreros días

Datos y/o incógnitas

a_1	b_1
a_2	x

$a_1 \times b_1 = a_2 \times x$

Se cumple

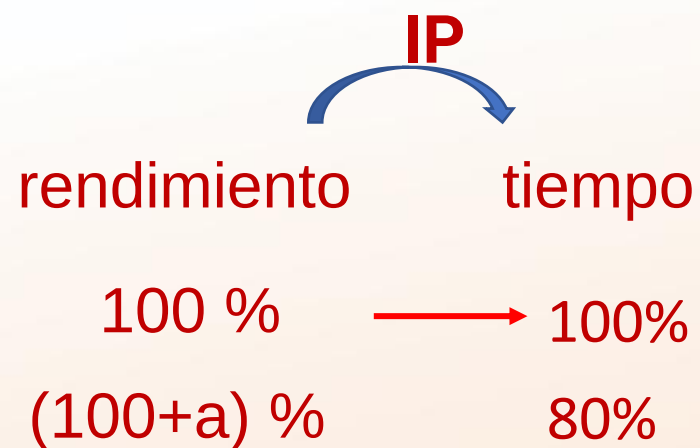
$x = \frac{a_1 \times b_1}{a_2}$

APLICACIÓN 6

Cierta obra puede ser efectuada por un grupo de trabajadores, si el rendimiento de ellos aumenta en un $a\%$, entonces el tiempo previsto para concluirla disminuirá en un 20% . Determine el valor de a .

- A) 10 B) 20 C) 25 D) 40 E) 50

RESOLUCIÓN



$$100+a = \frac{100 \times 100}{80}$$

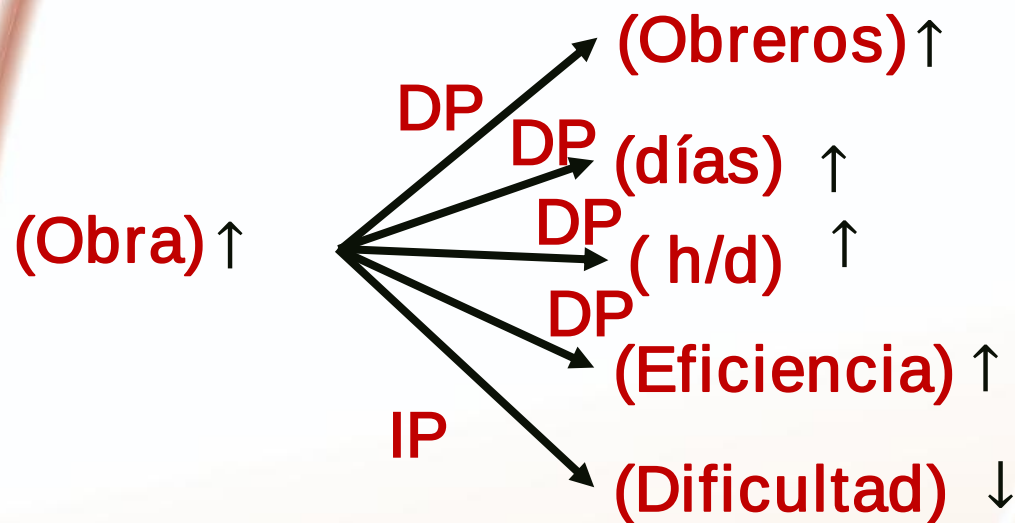
$$a = 25$$

REGLA DE TRES COMPUESTA

En este caso intervienen más de dos magnitudes por ello se emplea la propiedad 3 del principio de comparación de magnitudes tomando una magnitud patrón.

Ejemplo: Un grupo obreros que tienen cierto rendimiento cada uno, durante una cantidad de días, trabajando un número de horas por día, realizan una cantidad de volumen de obra de cierta dificultad. Obtener una relación entre las magnitudes que intervienen, no importando cual sea la magnitud que contiene a la variable (incógnita).

Considerando la obra realizada como patrón, establecemos:



EN RESUMEN:

$$\frac{(\text{OBREROS})(\text{TIEMPO})}{(\text{OBRA})} = K$$

$$\frac{(\text{Obreros}) (\text{Eficiencia}) (\text{días}) \left(\frac{h}{d}\right)}{(\text{obra}) (\text{Dificultad})} = K$$

NOTA: Si en los problemas no nos mencionan valores de algunas de éstas magnitudes se consideran que son constantes.

APLICACIÓN 7

Un grupo de 16 obreros pueden hacer el 20% de una obra en 12 días trabajando 5 horas diarias. Si 11 de estos obreros aumentan su rendimiento en 25% y los restantes disminuyen su rendimiento a su 25%. ¿Cuántas horas diarias deberán trabajar todos estos obreros para hacer el 30% de la obra en 10 días?

A) 4 B) 5 C) 8 **D) 9,6** E) 6

RESOLUCIÓN

$$\frac{(\text{Obreros})(\text{rendimiento})(\text{días})\left(\frac{h}{d}\right)}{(\text{obra})} = K$$

$$\frac{(16)(100\%)(12)(5)}{(20\%)} = \frac{(11 \times 125\% + 5 \times 25\%)(10)(X)}{(30\%)}$$

$$X = 9,6 \text{ horas diarias}$$

Obra por etapas

Método:

$$\text{Obra Total} = \Sigma (\text{Obras Parciales})$$

En el caso que no interviene la dificultad y la obra es constante

donde:

$$\text{Obra} = (\text{Obreros})(\text{Eficiencia})(\text{días})(h/d)$$

PROBLEMA 8

Una obra comenzó con cierta cantidad de obreros y a partir del primer día se fué despidiendo un obrero al finalizar cada día, de tal manera de cuando se terminó la obra no quedaba ningún obrero. Si la cantidad de obra que se hizo el primer día es a la cantidad de obra que se hizo los días restantes como 1 es a 4. ¿Con cuántos obreros se comenzó a hacer la obra?

A) 5

B) 6

C) 9

D) 10

E) 12

Resolución: N° de obreros

n	$n-1$	$n-2$	...	3	2	1
θ_1	θ_2	θ_3	...	θ_{n-2}	θ_{n-1}	θ_n
1d	1d	1d	...	1d	1d	1d

Se cumple

$$\frac{n \cdot 1}{\theta_1} = \frac{(n-1) \cdot 1}{\theta_2} = \frac{(n-2) \cdot 1}{\theta_3} = \dots = \frac{3 \cdot 1}{\theta_{n-2}} = \frac{2 \cdot 1}{\theta_{n-1}} = \frac{1 \cdot 1}{\theta_n} = \frac{\frac{n(n+1)}{2}}{\underbrace{\theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_{n-1} + \theta_n}_{4k}}$$

$$\frac{n \cdot 1}{1k} = \frac{n(n+1)}{2.5k} \Rightarrow n = 9$$

Recordar

$$\frac{(N^\circ \text{ Obreros})(N^\circ \text{ días})}{(\text{obra})} = cte$$

Obra $\theta = \theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_{n-1} + \theta_n$

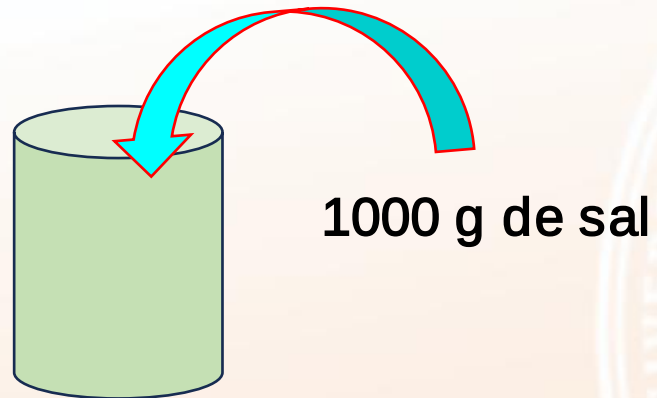
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

PROBLEMA 31

Se sabe que la cantidad de sal que no se disuelve es inversamente proporcional al cuadrado del tiempo transcurrido desde el inicio (en minutos). Al introducir un kilogramo de sal en un recipiente con agua, se observa que en el primer minuto se han disuelto 820 g de sal. ¿Cuántos gramos de sal se disuelven después de 2 minutos más?

- A) 980 B) 975 C) 970 D) 965 E) 960

Resolución



(Cantidad de
sal
no disuelta) **IP** (tiempo)²

$$180 \times 1^2 = N \times 3^2$$

$$N = 20 \text{ g}$$

Se han disuelto 980 g

Respuesta A

PROBLEMA 32

Cuando se suelta un cuerpo la distancia recorrida es directamente proporcional al cuadrado del tiempo transcurrido durante su caída libre. Si en K segundos de su caída, un cuerpo ha recorrido N metros, ¿Cuántos metros recorrerá en los próximos $3K$ segundos?

Resolución

A) $16N$

B) $15N$

C) $14N$

D) $13N$

E) $12N$



Distancia **DP** $(Tiempo)^2$

$$\frac{N}{K^2} = \frac{X}{(4K)^2}$$

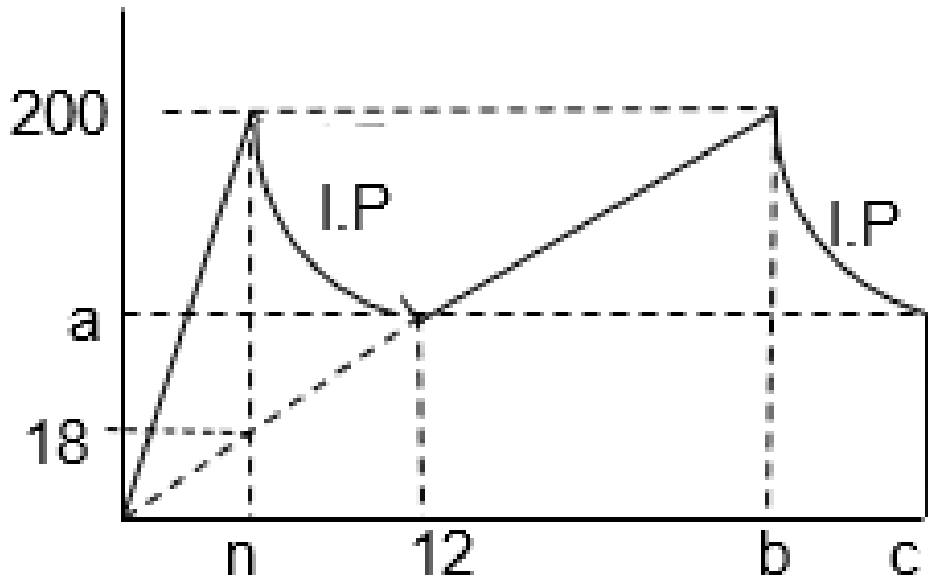
$$X = 16K$$

Recorre en $15N$ metros

Respuesta C

PROBLEMA 33

Calcule el valor de $a + b + \frac{3}{16}c$



- A) 125 B) 124 C) 123
D) 122 E) 121

Resolución

$$\frac{18}{n} = \frac{a}{12} = \frac{200}{b} \quad \dots (1)$$

$$200 \cdot n = 12 \cdot a \quad \dots (2)$$

$$200 \cdot b = c \cdot a \quad \dots (3)$$

$$\rightarrow \frac{n}{b} = \frac{12}{c} = \frac{18}{200} \rightarrow c = \frac{400}{3}$$

$$a \cdot b = 12 \cdot 200$$

$$200 \cdot b = \frac{400}{3} a$$

$$a = 60$$

$$y$$

$$b = 40$$

$$a + b + \frac{3}{16}c = 125$$

Respuesta A

PROBLEMA 34

En una planta de producción hasta el día 18 se habían elaborado 900 unidades. Luego la producción fue inversamente proporcional a los días transcurridos hasta cierto día. De allí en adelante, nuevamente la producción fue proporcional a los días transcurridos hasta el día 54 en que se tenían 972 unidades. ¿Cuántas unidades se ha producido el día 6 y cuál es la menor producción después del día 18?

A) 180 y 600

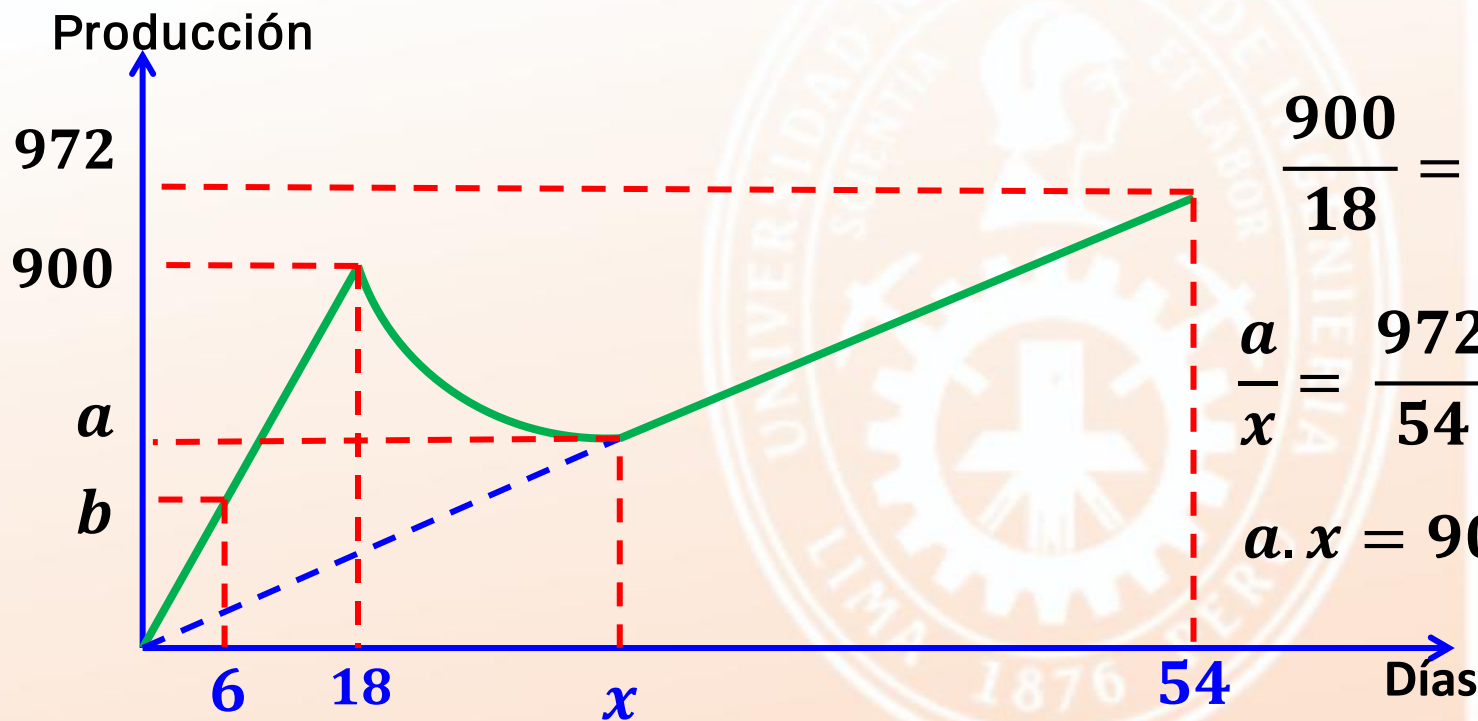
B) 300 y 540

C) 108 y 540

D) 108 y 600

E) 180 y 720

Resolución



$$\frac{900}{18} = \frac{b}{6} \Rightarrow b = 300$$

$$b = 300$$

$$\frac{a}{x} = \frac{972}{54} = 18$$

$$a = 540$$

$$a \cdot x = 900 \cdot 18$$

Respuesta B

PROBLEMA 35

En las siguientes afirmaciones indicar lo verdadero (V) o falso (F):

I. Si $A \text{ DP } B^2$ entonces $B \text{ DP } A^{1/2}$

II. Si $A^{1/3} \text{ DP } B^{1/2}$ entonces $A^3 \text{ DP } B^2$

III. Si $A \text{ DP } B$ entonces $A^{-1} \text{ DP } B^{-1}$

A) VVV

B) FFF

C) FVV

D) FFV

E) VFV

I. $A^{1/2} \text{ DP } B$ (V)

II. $A^{1/3} \text{ DP } B^{1/2} \rightarrow A^2 \text{ DP } B^3$ (F)

III. $A \text{ DP } B \rightarrow A^{-1} \text{ DP } B^{-1}$ (V)

PROBLEMA 36

En un taller artesanal el número de unidades producidas es directamente proporcional al número de días transcurridos hasta el día 15 donde se han producido 1 000 unidades, luego la producción se hace inversamente proporcional del número de días transcurridos hasta el día 25, luego será directamente proporcional al cuadrado de los días transcurridos. Si el día 45, cada unidad producida se debe vender en 10 soles. ¿Cuántos soles se recaudará ese día?

- A) 19 440 B) 19 450 C) 19 460 D) 19 480 E) 19 490



$$\frac{C_1}{1} = \frac{C_2}{2} = \frac{C_3}{3} = \dots = \frac{C_{15}}{15} = k \rightarrow C_{15} = 1\,000 \rightarrow k = \frac{500}{3}$$

$$C_{15} \times 15 = 15\,000 = 25 \times C_{25} \rightarrow C_{25} = 600$$

$$\frac{C_{25}}{25^2} = \frac{C_{45}}{45^2} \rightarrow C_{45} = 1\,944 \Rightarrow \text{Valor de Venta} = 19\,440$$

PROBLEMA 37

En el cuadro adjunto, establezca la relación de proporcionalidad entre las magnitudes P y Q, sabiendo que se tiene:

A	36	m	81	9
B	64	512	n	8

Calcule el valor de $m+n$.

A) 350

B) 352

C) 356

D) 360

E) 364

$$\frac{A^{\frac{1}{2}}}{B^{\frac{1}{3}}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\rightarrow m + n = 360$$

$$\rightarrow \frac{3}{2} = \frac{m^{1/2}}{512^{1/3}} \Rightarrow m = 144$$

$$\rightarrow \frac{3}{2} = \frac{81^{1/2}}{n^{1/3}} \Rightarrow n = 216$$

PROBLEMA 38

Si se cumple que; $A \text{ DP } B$ (C es cte)
considerando que se cumple que:

$\sqrt{B} \text{ IP } C$ (A es cte)

B	5	x	3
A	80/3	12	25
C	4	3	y

Determine el menor valor de $x-y$, si x, y son enteros.

A) 0

B) -1

C) -3

D) 1

E) 9

$$\frac{A}{B \times C^2} = \frac{\frac{80}{3}}{5 \times 4^2} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{A}{B \times C^2} = \frac{1}{3} = \frac{12}{x \times 3^2} \Rightarrow x = 4$$

$$\frac{A}{B \times C^2} = \frac{1}{3} = \frac{25}{3 \times y^2} \Rightarrow y = 5$$

$$\Rightarrow x - y = 4 - 5 = -1$$

PROBLEMA 39

En un estudio de investigación se relacionan las magnitudes A, B, C y D. Se sabe que en el análisis de dos de ellos los demás permanecen constantes. Así tenemos los resultados

- A IP B^2
- B DP C^{-1}
- D DP B^{-3}

Si $A^{x/3}$ DP $D^{2/y}$, calcule la suma de enteros x e y.

A) 6 B) 7 **C) 8** D) 9 E) 10

Solución:

$$A \text{ IP } B^2 \Rightarrow A^3 \text{ IP } B^6$$

$$B \text{ DP } C^{-1} \Rightarrow B \text{ IP } C \Rightarrow B^6 \text{ IP } C^6$$

$$D \text{ DP } B^{-3} \Rightarrow D \text{ IP } B^3 \Rightarrow D^2 \text{ IP } B^6$$



$$A^3 B^6 C^6 D^2 = K$$

$$\boxed{A^3 \text{ IP } D^{-2}}$$

$$x = 9, y = -1$$

$$\rightarrow x + y = 8$$

PROBLEMA 40

El consumo de combustible del motor de un buque es proporcional a la potencia que desarrolla, a su vez la potencia es proporcional al cuadrado de la rapidez del buque. Para disminuir el consumo de combustible en un 84% la rapidez debe disminuir en el A%. Determine A.

- A) 12.5 B) 30 C) 40 D) 50 **E) 60**

Solución:

Combustible DP Potencia
Potencia DP Rapidez²



Combustible DP Rapidez²

<i>Combustible</i>	<i>DP</i>	<i>Rapidez²</i>
100		$100^2 V^2$
16		V_2^2

$$100V_2^2 = 16 \cdot 100^2 V^2$$

$$V_2 = 40V$$

Disminuye en 60%

PROBLEMA 41

Si $f_{(x)}$ es una función de proporcionalidad directa y $g_{(x)}$ es una función de proporcionalidad inversa, además

$$f_{(4)} + g_{(5)} = 20 ,$$

También $g_{(8)} = 10$. Calcule el valor de la función g cuando la función f se evalúe en 2.

A) 38

B) 39

C) 40

D) 41

E) 42

Solución:

$$f(x) = ax$$

$$g(x) = \frac{b}{x}$$

$$4a + 5b = 20$$

$$\frac{b}{8} = 10$$

$$\rightarrow b = 80$$

$$a = 1$$

$$\rightarrow f(2) = 2$$

$$g(2) = 40$$

PROBLEMA 42

Se sabe que el precio de un diamante es proporcional al cuadrado de su volumen. Si se parte en x partes iguales entonces se produce cierta pérdida; y si se rompe en $(x+1)$ partes iguales, la pérdida sería $6,6\%$ mayor. Calcule el valor de x .

A) 2

B) 3

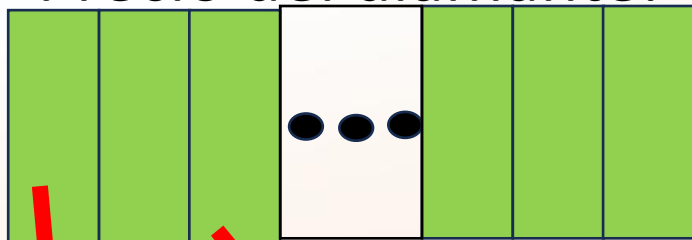
C) 4

D) 5

E) 6

Solución:

Precio del diamante: C

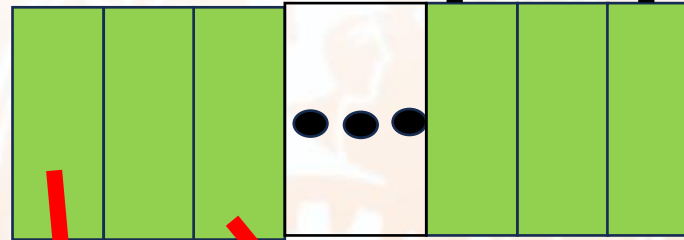


costo : C_1
Peso : $x+1$
Son : x partes

$$\frac{C}{x^2[x+1]^2} = \frac{C_1}{[x+1]^2} = \frac{C_2}{x^2}$$

$$\frac{C}{(x+1)^2} = \frac{(x+1)C_2}{(x+1)} = \frac{C - (x+1)C_2}{(x+1)^2 - (x+1)}$$

Peso del diamante: $x[x+1]$



costo : C_2
Peso : x
Son : $(x+1)$ partes

$$\frac{C}{x^2} = \frac{x C_1}{x} = \frac{C - x C_1}{x^2 - x}$$

$$x = 4$$

$$\frac{x P e_1}{x - 1} = \frac{(x + 1) P e_2}{x}$$

$$\frac{x}{x - 1} = \frac{(x + 1) \left(1 + \frac{2}{30}\right)}{x}$$

$$\frac{x^2}{x^2 - 1} = \frac{16}{15}$$

PROBLEMA 43

Investigando la relación proporcional en un fenómeno sobre las magnitudes A, B y C se observó la siguiente tabla de valores.

Calcule la suma de cifras de la constante, si es entero menor que 40.

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

A	20	30	60	20	160
B	16	36	144	81	4
C	2	3	6	3	4

Resolución:

Veamos la relación entre dos magnitudes, la tercera permanece constante

$\sqrt{B}$	$x^{\frac{81}{16}}$	
B	16	81
C	2	3
$(C)^2$	$x^{\frac{3}{2}}$	

$$\Rightarrow \sqrt{B} \text{ DP } C^2 \dots(1)$$

$\sqrt{B}$	$x^{\frac{9}{4}}$	
B	36	81
A	30	20
A	$\div \frac{3}{2}$	

$$\Rightarrow \sqrt{B} \text{ IP } A \dots(2)$$

De (1) y (2), se obtiene:

$$\frac{\sqrt{B}xA}{C^2} = k$$

Reemplazando los valores:

$$k = \frac{\sqrt{16}x20}{2^2} \rightarrow k = 20$$

Suma de cifras es: **2**

PROBLEMA 44

A varía proporcionalmente como la suma de dos magnitudes, de las cuales una varía directamente proporcional a B y la otra inversamente proporcional a B^2 . Si A es 19 cuando B es 2 o 3, determine A cuando B es 1.

- A) 41 B) 40 C) 39 D) 38 E) 37

Resolución:

Sean A, B, C y D las magnitudes ,
tal que:

$$A \text{ DP } (C+D) \quad \dots(1)$$

pero:

$$\diamond C \text{ DP } B \rightarrow \frac{C}{B} = k_1$$

$$\diamond D \text{ IP } B^2 \rightarrow D \times B^2 = k_2$$

En (1):

$$\frac{A}{B \cdot k_1 + \frac{k_2}{B^2}} = cte$$

Para: (A=19, B=2) y (A=19, B=3)

$$2k_1 + \frac{k_2}{4} = 3k_1 + \frac{k_2}{9} \rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{5}{36}$$

Para: (A=19, B=2) y (A= x , B=1)

$$\frac{19}{2(5) + \frac{(36)}{4}} = \frac{x}{1(5) + \frac{(36)}{1}} \rightarrow x = 41$$

El valor de A es: **41**

PROBLEMA 45

Si una persona presta dinero, cobrando un interés diario proporcional al número de días transcurridos. Cuando solicita la devolución de su dinero, le devolvieron el triple. Si se sabe que el último día ganó $\frac{1}{15}$ del capital original, ¿cuántos días prestó su capital?

- A) 58 B) 59 C) 60 D) 61 E) 62

Resolución:

Sea C el capital prestado e $i_1; i_2; i_3; \dots; i_n$ los intereses ganado después de n días, tal que:

$$\begin{aligned} \frac{i_1}{1} = \frac{i_2}{2} = \frac{i_3}{3} = \dots = \frac{i_n}{n} = k &= \frac{i_1 + i_2 + \dots + i_n}{1 + 2 + \dots + n} = \frac{i_n}{n} \\ &= \frac{3C - C}{\frac{n(n+1)}{2}} = \frac{\frac{1}{15}C}{n} \quad \Rightarrow \quad n = 59 \end{aligned}$$

Prestó por **59** días

Problema 46

Un reflector está ubicado sobre el piso a 150 m de distancia de una pared. A 4 metros de distancia del reflector, en línea recta del reflector a la pared, se encuentra una persona de 1,6 m de estatura que comienza a desplazarse hacia la pared, deteniéndose cada cierto trecho para marcar y obtener las distancias desde su posición hacia el reflector, así hasta chocar contra la pared, si las alturas de las sombras $S_1, S_2, \dots, S_k$, de la persona sobre la pared son inversamente proporcionales a las distancias obtenidas hasta chocar con la pared inclusive, entonces la altura S_1 (en metros), cuando la persona estuvo a 4 m del reflector es

A) 60

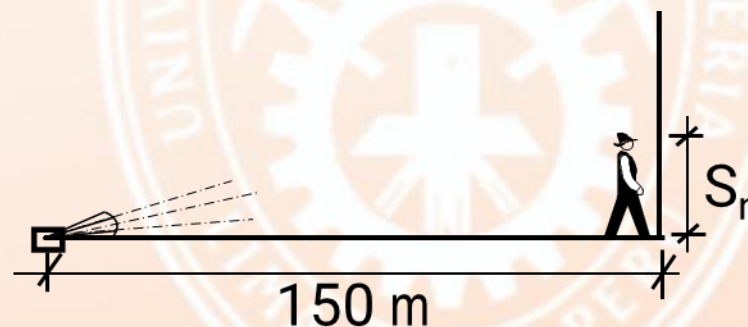
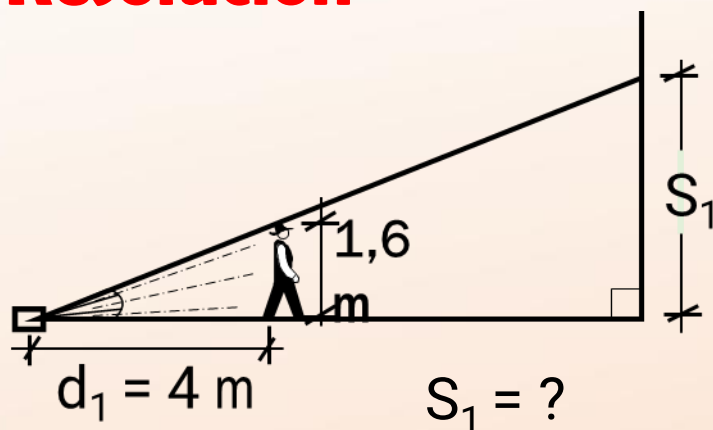
B) 62

C) 64

D) 66

E) 68

Resolución



$$S_1 \cdot d_1 = S_n d_n$$

$$S_1 \cdot 4 = 1,6(150)$$

$$S_1 = 60$$

Rpta. A

PROBLEMA 47

Un albañil pensó hacer un muro en 20 días, pero tardó 6 días más por trabajar 3 horas menos cada día ¿Cuántas horas trabajó diariamente?

A) 5

B) 6

C) 7

D) 8

E) 10

RESOLUCIÓN



días	h/d	Obra
20	h	1 muro
$20 + 6$	$h - 3$	1 muro

$$\Rightarrow 20 \times h = 26 \times (h - 3) \Rightarrow 6h = 13 \times 2 \times 3$$

$$h = 13 \Rightarrow \text{trabajó: } h - 3 = 10$$

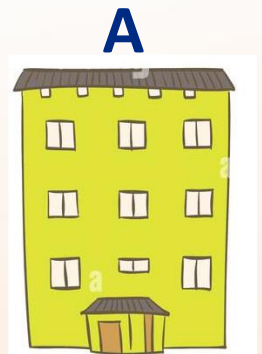
CLAVE E

Problema 48

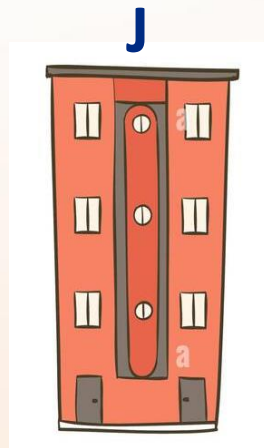
Alberto y José han pintado cada uno un edificio demorando ambos el mismo tiempo. De haber pintado Alberto el edificio que pintó José habría tardado 16 horas y de haber pintado José el edificio que pintó Alberto habría tardado 36 horas. ¿Qué tiempo tardaron en pintar cada uno sus respectivos edificios?

- A) 6 B) 12 C) 15 D) 20 **E) 24**

Resolución



Edificio de Alberto
t horas



Edificio de José
t horas

Rendimientos: e_A ; e_J

$$\left. \begin{aligned} A &= k \cdot t \cdot e_A = k \cdot 36 \cdot e_J \\ J &= k \cdot t \cdot e_J = k \cdot 16 \cdot e_A \end{aligned} \right\} \frac{e_A}{e_J} = \frac{3}{2}$$

$$t \cdot e_A = 36 \cdot e_J$$

$$t \cdot 3 = 36 \cdot (2) \rightarrow t = 24$$

Rpta. E

PROBLEMA 49

Una cuadrilla de obreros había hecho en 56 días el 40% de una obra, en ese momento se les unió una cuadrilla de 25 obreros y se terminó la obra en 20 días antes de lo previsto. ¿Cuántos obreros conformaban la primera cuadrilla?

- A) 50 B) 60 C) 72 D) 75 E) 80

RESOLUCIÓN

40%

60%

X OBREROS

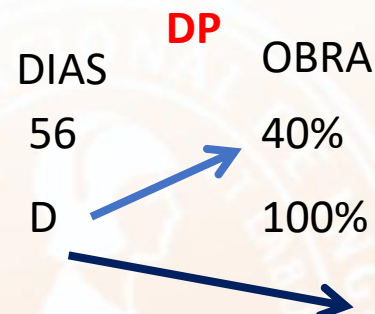
X + 25

56 DIAS

64

$$\frac{\text{Obreros} \times \text{Días}}{\text{Obra}} = K$$

$$\frac{x \cdot 56}{40\%} = \frac{(x+25) \cdot 64}{60\%} \rightarrow X=80$$



$$D = \frac{100\% \cdot 56}{40\%} = 140$$

DIAS TOTALES SI TRABAJARIA LA 1ER CUADRILLA SOLA

COMO SE TERMINO 20 DIAS ANTES: $140 - 56 - 20 = 64$

CON LA SEGUNDA CUADRILLA SE ACABARA EN 64 DIAS EL 60% DE LA OBRA

CLAVE E

PROBLEMA 50

Si un grupo de obreros aumenta su rendimiento en $n\%$ para disminuir en 20% el tiempo previsto para concluirla y aún hacer 20% más. Entonces el valor de n es

- A) 10 B) 20 C) 25 D) 40 E) 50

RESOLUCIÓN

100%

X obreros T días

120%

$X + n\%X$ obreros $T - 20\%T$ días

Recordemos:

$$\frac{\text{Obreros} \times \text{Tiempo}}{\text{Obra}} = K$$

Luego:

$$\frac{X.T}{100\%} = \frac{(X + n\%X) \cdot (80\%T)}{120\%}$$

$n = 50$

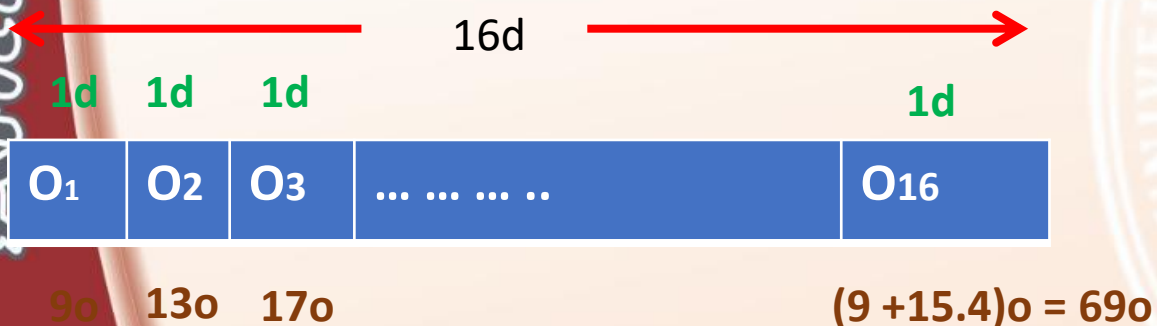
CLAVE E

PROBLEMA 51

Para cumplir con el pedido de un lote de artículos de exportación se trabajó durante 16 días de la siguiente manera: el primer día trabajaron 9 obreros, el segundo día 13 obreros, el tercer día 17 obreros y así sucesivamente. Si diariamente se hubiera trabajado con 15 obreros 20% menos eficientes, entonces el número de días en que se hubiese cumplido con el pedido es

- A) 42 B) 45 C) 48 D) 50 E) 52

RESOLUCIÓN



O_i: Obra realizada en el i-ésimo día

Se cumple:

$$\frac{9+13+17+\dots+69}{O_1+O_2+O_3+\dots+O_{16}} = \frac{12.d}{O_{Total}}$$

d=52

CLAVE E

PROBLEMA 52

Seis obreros tardan 17 días de 8 h/d de trabajo en hacer 3 aparadores, 5 mesas y 1 sillas. ¿En cuántos días, 8 obreros lograrán hacer 4 aparadores, 10 mesas y 9 sillas, trabajando 9 h/d, sabiendo que 1 aparador equivale a 2 mesas y una mesa a 3 sillas?

A) 20

B) 21

C) 22

D) 23

E) 2

RESOLUCIÓN

Obreros	días	h/d	Cantidad de obra
6	17	8	$3(A)+5M+1S=34S$
8	d	9	$4(A)+10M+9S=63S$

$$\frac{34}{(6)(17)(8)} = \frac{63}{(8)(d)(9)} \Rightarrow (d) = 21$$

A



M



S


CLAVE B

PROBLEMA 53

Una obra se dividió en 3 partes que son entre sí como: p ; 5 y 9. La primera parte la hicieron 12 obreros en 8 días, la segunda parte la hicieron p obreros en 30 días y la tercera parte lo hicieron 18 obreros en q días. El valor de $(p + q)$, es

A) 8

B) 12

C) 15

D) 16

E) 20

RESOLUCIÓN

Obreros	días	Obra
12	8	p
p	30	5
18	q	9

$$\frac{p}{12 \times 8} = \frac{5}{p \times 30} = \frac{9}{18 \times q}$$

$$\Rightarrow 30p^2 = 480 \Rightarrow p^2 = 16 \Rightarrow p = 4$$

$$\Rightarrow 90q = 1080 \Rightarrow q = 12$$

$$p + q = 16$$

CLAVE D

PROBLEMA 54

Doce albañiles y catorce peones se comprometen en hacer una obra en 30 días. Al cabo del quinto día se despiden a cuatro albañiles y ocho peones, debido a ello se les dio 20 días más de plazo para concluir la obra. Calcule la relación de las eficiencias (albañil/peón).

A) $\frac{2}{3}$

B) $\frac{3}{2}$

C) $\frac{3}{4}$

D) $\frac{4}{3}$

E) $\frac{4}{1}$

RESOLUCIÓN

$$(12A + 14P)(30) = (12A + 14P)(5) + (8A + 6P)(45)$$

$$(12A + 14P)(25) = (8A + 6P)(45) \Rightarrow 60A + 70P = 72A + 54P$$

$$\Rightarrow 12A = 16P \Rightarrow \frac{A}{P} = \frac{4}{3}$$

CLAVE D

PROBLEMA 55

Se contratan 36 obreros para cavar un pozo circular el cual pueden terminar en 60 días, trabajando 8 horas diarias. Luego de haber avanzado el 20% de la profundidad solicitada, se les pide que tripliquen el diámetro del pozo. ¿Cuántos obreros, como mínimo, triplemente eficientes en comparación con los primeros serán necesarios contratar para que la obra tenga un retraso de solo 3 días, si se sabe que todos trabajan 2 horas diarias más?

A) 60

B) 72

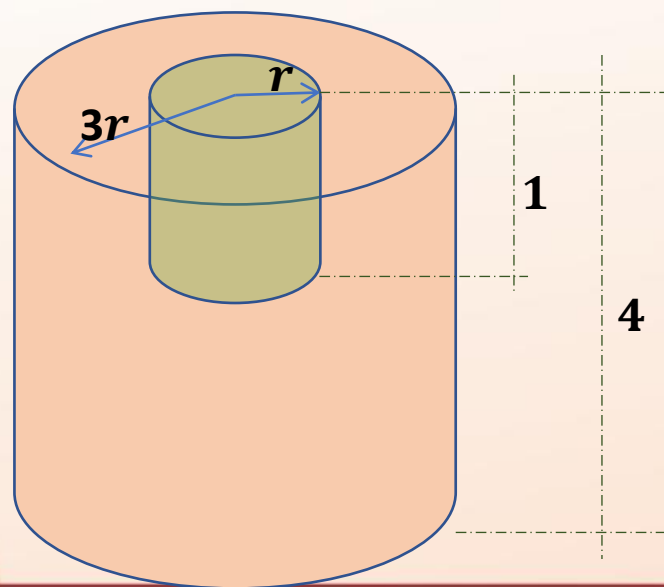
C) 84

D) 93

E) 98

Resolución:

Como los 36 obreros avanzan el 25%, entonces logran una profundidad de 1 en 15 días.



Supongamos que se contratan x obreros con el triple de eficiencia que los anteriores para terminar lo que falta de la obra en $(45+3)$ días y considerando que el radio se debe triplicar.

$$\frac{\#obreros \times Eficiencia \times \#días \times h/d}{\text{área}} = cte$$

$$\frac{36 \cdot 1 \cdot 60 \cdot 8}{\pi r^2 (4)} = \frac{(36 + 3x) 48 \cdot 10}{\pi (3r)^2 (4) - \pi r^2 (1)}$$

$$\rightarrow x = 93$$

PROBLEMA 56

Un empresario se comprometió a entregar dentro de 12 días un lote de 9600 juguetes para lo cual dispone de 6 máquinas, las que al 80% de su capacidad podrán hacer el trabajo en los 12 días, trabajando 8 h/d. Si después de haber realizado el 25% del trabajo se malogran 2 máquinas, entonces las restantes funcionarán a toda capacidad y a razón de 9 h/d. ¿Cuántos juguetes faltarán para completar el pedido?

- A) 420 B) 430 C) 440 D) 450 E) 460

Resolución:

Al realizar el 25% del trabajo (3 días), faltaría por entregar 75%(9600)=7200 juguetes en los 9 días restantes.

$$\frac{\#máquinas \times Eficiencia \times \#días \times h/d}{\#juguetes} = cte$$

$$\frac{6 \cdot 80\% \cdot 12 \cdot 8}{9600} = \frac{4 \cdot 100\% \cdot 9 \cdot 9}{x}$$

$$\rightarrow x = 6750$$

Donde x es la cantidad de juguetes que se fábrica en 9 días.

Por lo tanto, faltarían por entregar 7200-6750=450 juguetes.

PROBLEMA 57

En una cooperativa campesina, se tiene 3 parcelas iguales. Trabajando 10, 16 y 18 campesinos, en 5 días siembran un octavo, dos séptimo y cinco treceavos respectivamente. El desborde del río inunda la primera y tercera parcela, la mitad de campesinos que laboran en estas parcelas construyen defensas y el resto pasa a trabajar en la parcela no afectada, ¿en cuántos días terminarán el sembrío en esta parcela, sabiendo que la jornada laboral es de 10 horas? (Tomar la parte entera).

A) 6

B) 9

C) 10

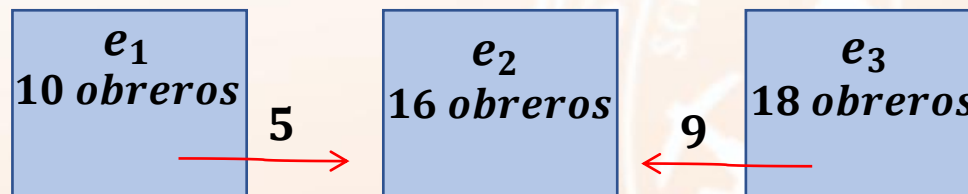
D) 11

E) 12

Resolución:

Sean las parcelas de tamaño: $7 \times 8 \times 13 = 728$

En 5 días:



Avanzan:

91

208

280

Falta:

520

$$\frac{\#obreros \times Eficiencia}{obra} = cte$$

$$\rightarrow \frac{10e_1}{91} = \frac{16e_2}{208} = \frac{18e_3}{18}$$

$$\rightarrow e_1 = 819 ; e_2 = 1170 ; e_3 = 1400$$

Luego

$$\frac{\#obreros \times Eficiencia \times días}{obra} = cte$$

$$\rightarrow \frac{16 \cdot e_2 \cdot 5}{208} = \frac{(5e_1 + 16e_2 + 9e_3)x}{520}$$

$$\rightarrow x = 6,666 \dots$$

∴ La parte entera es 6

Problema 58

Si 10 obreros y 2 aprendices pueden realizar una construcción de 4 pisos en un terreno de 500 m^2 , trabajando 3 meses, a razón de 6 horas diarias mientras que 14 obreros y 10 aprendices pueden construir un edificio de 8 pisos, en un terreno de área 1000 m^2 trabajando 135 días, a razón de 9 horas diarias. Se pide encontrar la razón de las eficiencias: obrero/aprendices. Considere el mes de 30 días.

A) $\frac{27}{17}$

B) $\frac{28}{17}$

C) $\frac{29}{17}$

D) $\frac{31}{17}$

E) $\frac{2}{1}$

Resolución

e_1 = eficiencia de obrero

e_2 = eficiencia de aprendiz

$$\frac{(10e_1 + 2e_2) \times 90 \times 6}{4 \times 500} = \frac{(14e_1 + 10e_2) \times 135 \times 9}{8 \times 1000}$$

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{29}{17}$$

Rpta. C

Problema 59

Cuatro jardineros siembran 40 árboles alrededor de un terreno, de forma triangular, equilátera de 60 m de perímetro, en 3 días. ¿En cuántos días 5 obreros sembrarán 50 árboles alrededor de un terreno circular de 80 m de perímetro. Si este terreno es triplemente más duro que el primero?

- A) 28 B) 29 C) 30 D) 31 E) 32

Resolución

r = dificultad del terreno

$$\frac{(\text{Obreros})(\text{días})}{(\text{obra})(\text{dificultad})} = K$$

$$\frac{4 \times 3}{40 \times 60 \times r} = \frac{5 \times t}{50 \times 80 \times (4r)}$$

$$t = 16$$

Rpta.

Problema 60

Una obra se debe realizar en 14 días, con siete obreros. Después de terminar el primer día de trabajo se decide despedir un obrero. Al día siguiente los que quedan siguen trabajando normalmente, pero al término del día, se despide nuevamente un obrero. Si esto ocurre también en los días siguientes, hasta que al final queda un obrero, el cual se encarga de finalizar la obra, ¿cuántos días en total trabaja este obrero?

A) 71

B) 72

C) 73

D) 74

E) 75

Resolución

t = tiempo que trabaja únicamente el último obrero

1d	1d	1d	...	1d	t
a_7	a_6	a_5	...	a_2	a_1
7	6	5	...	2	1

N° de obreros

$$\frac{7 \times 14}{\text{Obra}} = \frac{7 \times 1}{a_7} = \frac{6 \times 1}{a_6} = \dots = \frac{2 \times 1}{a_2} = \frac{1 \times t}{a_1}$$

$$\frac{98}{\text{Obra}} = \frac{7 + 6 + 5 + \dots + 2 + t}{a_7 + a_6 + \dots + a_1}$$

$$98 = \frac{7 \times 8}{2} + t - 1 \rightarrow t = 71$$

tiempo total que trabaja el último obrero

$$71 + 6 = 77$$

Rpta.